第二节　颗粒的沉降运动

一、流体对固体颗粒的绕流

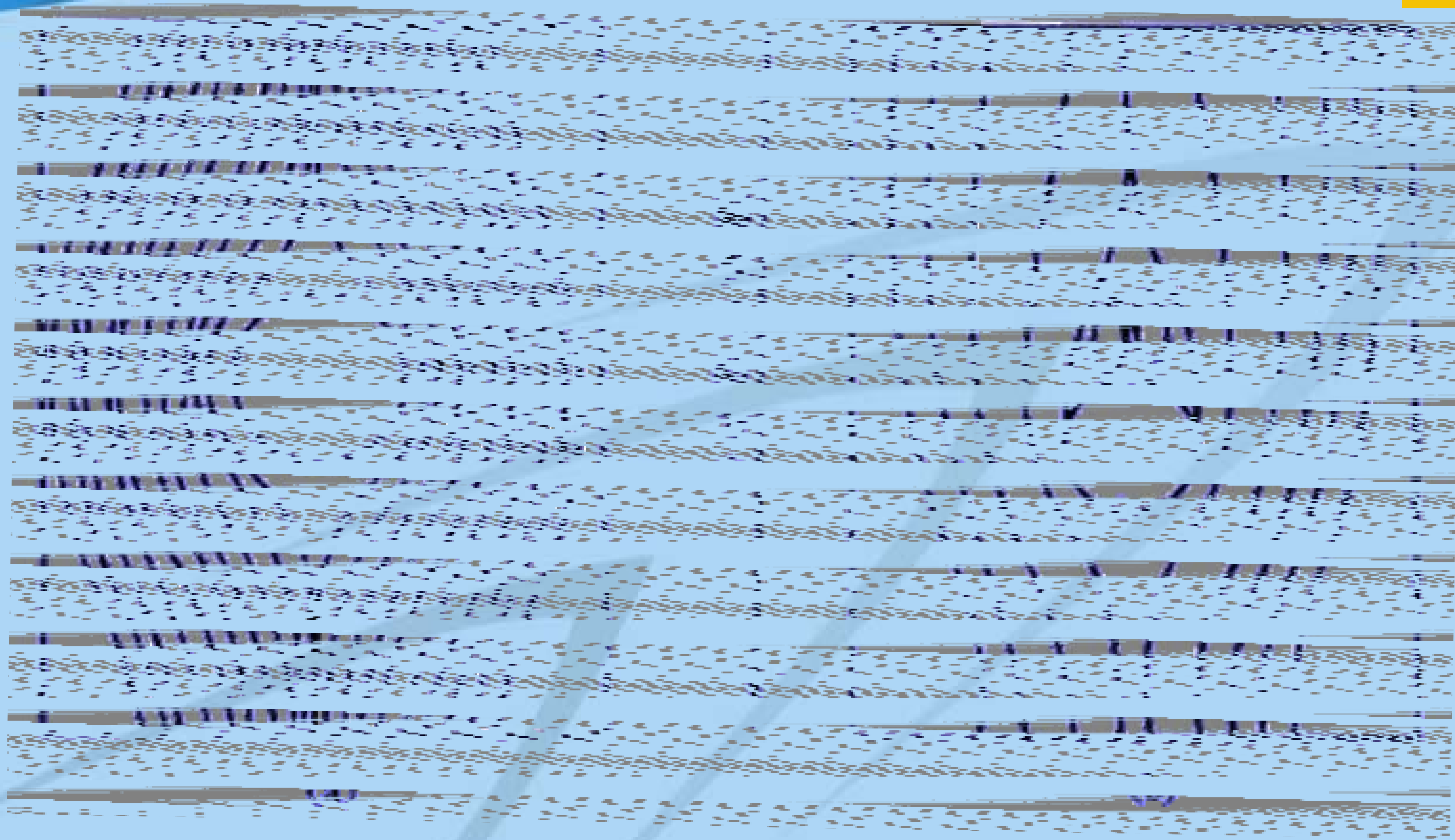
流体和固体之间的相对运动有三种：

① 固体颗粒静止，流体对它作绕流；

② 流体静止，颗粒作沉降运动；

③ 两者都保持一定相对速度作运动。

假设固体颗粒静止，流体对它作绕流，分析流体对固体的作用力。



球在流体中运动时所应起的流体质点运动路线

(a) 无边界层分离　　(b) 有边界层分离

1. 表面曳力和形体曳力

微元面所受力在垂直于流动方向上的分量沿颗粒表面的积分：

$$\oint_A \tau_W \sin\alpha dA$$

————表面曳力

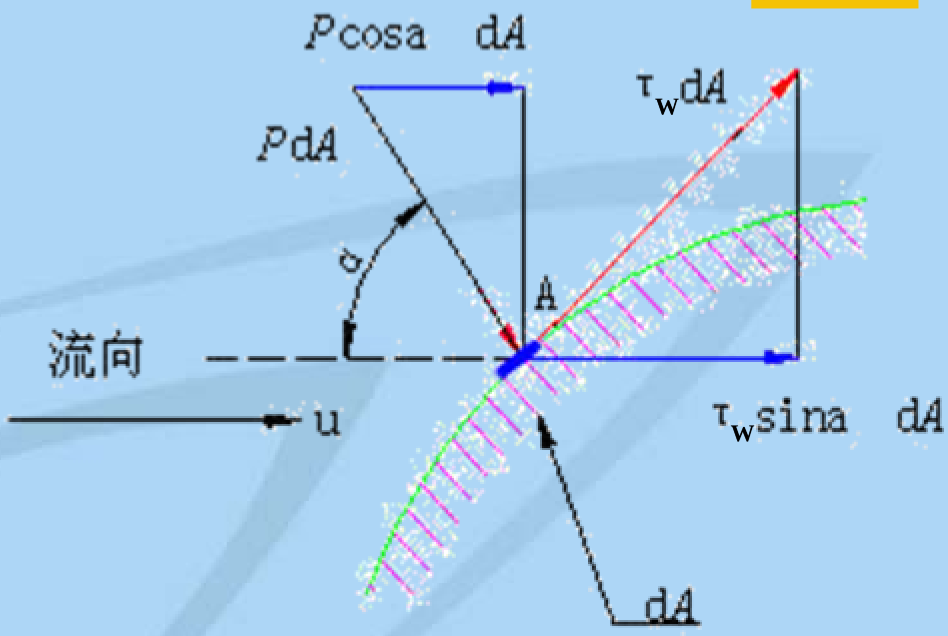


图 5-1 作用于颗粒上的形体曳力和表面曳力

$$\oint_A p\cos\alpha dA = \oint_A (p+\rho gz)\cos dA - \oint_A \rho gz\cos dA$$

形体曳力　　　　浮力

总曳力F_D=表面曳力+形体曳力

$$F_D = f(\rho, \mu, u, d_p)$$

$$\boxed{Re < 2 \qquad F_D = 3\pi\mu d_p u}$$

——斯托克斯定律

2. 曳力系数

对光滑圆球： $F_D = f(\rho, \mu, u, d_p)$

因次分析可得：

$$\left(\frac{F_D}{A_p \cdot \frac{1}{2}\rho u^2}\right) = \phi\left(\frac{d_p u \rho}{\mu}\right)$$

A_p——流动方向上颗粒的投影面积

若令 $\mathrm{Re}_p = \dfrac{d_p u \rho}{\mu}$ $\xi = \phi(\mathrm{Re}_p)$

则有： $F_D = \xi A_p \cdot \dfrac{1}{2} \rho u^2$ ξ——无因次曳力系数

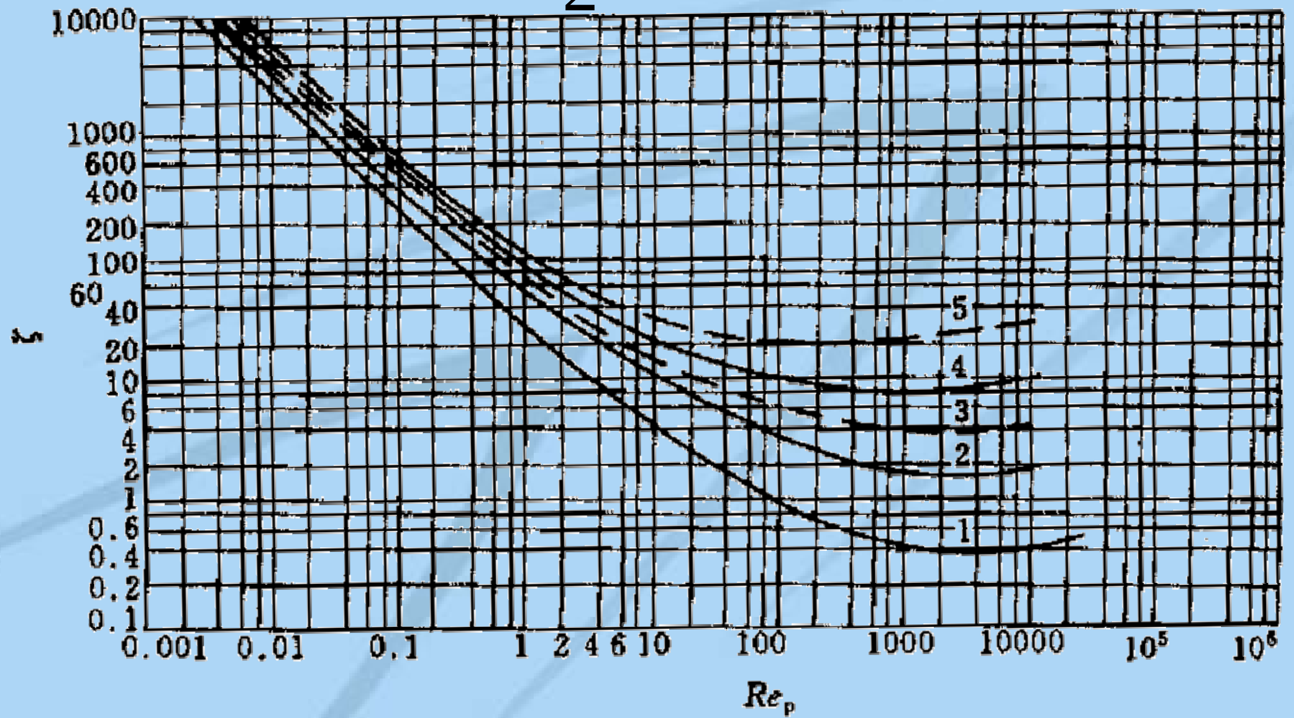


图 5-2 曳力系数 ξ 与颗粒雷诺数的关系

图中曲线：1—Ψ=1；2—Ψ=0.806；3—Ψ=0.6；4—Ψ=0.220；5—Ψ=0.125

$\mathrm{Re_p}<2$为斯托克斯区： $\xi=\dfrac{24}{\mathrm{Re}_p}$

$2<\mathrm{Re_p}<500$为阿仑区： $\xi=\dfrac{18.5}{\mathrm{Re}_p^{0.6}}$

$500<\mathrm{Re_p}<2\times10^5$为牛顿区： $\xi=0.44$

把 $\xi=\dfrac{24}{\mathrm{Re}_p}$ 代入 $F_D=\xi A_p\cdot\dfrac{1}{2}\rho u^2$

得到 $F_D=3\pi\mu d_p u$

图5-3 绕球流动时的尾流

① Stokes区(Re_p <2)

表面曳力占主导地位，不发生边界层分离，曳力与速度成正比，服从一次方定律。

② Allen区(2 < Re_p <500)

开始发生边界层分离，颗粒后部形成旋涡——尾流→尾流区压强低→形体曳力增大

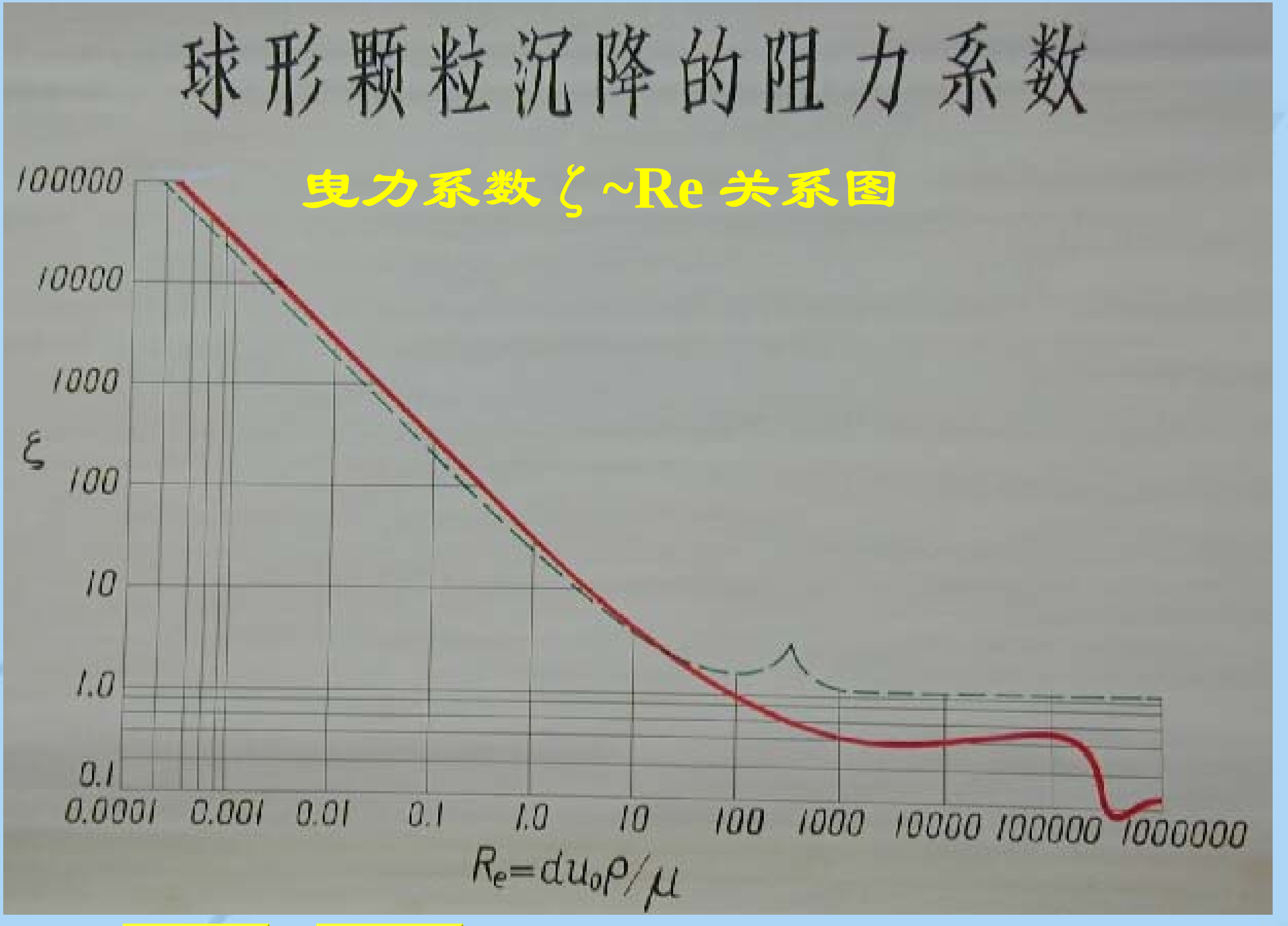
③ Newton区(500 < Re_p <2×10^5)

形体曳力占主导地位，表面曳力可以忽略。

曳力$\propto u^2$，曳力系数与Re_p无关。

④ Re_p>2×10^5

曳力系数骤然下降，层流边界层→湍流边界层分离点后移，尾流区收缩，形体曳力突然下降，近似取ζ=0.1。


球形颗粒沉降的阻力系数
曳力系数 ζ ~Re 关系图
100000
10000
1000
ζ
100
10
1.0
0.1
0.0001
0.001
0.01
0.1
1.0
10
100
1000
10000
100000
1000000
Re=du₀ρ/μ

二、静止流体中颗粒的自由沉降

1. 沉降的加速阶段

颗粒沉降运动中的受力分析

① 场力F

重力场 $F_g=mg$

离心力场 $F_c=mr\omega^2$

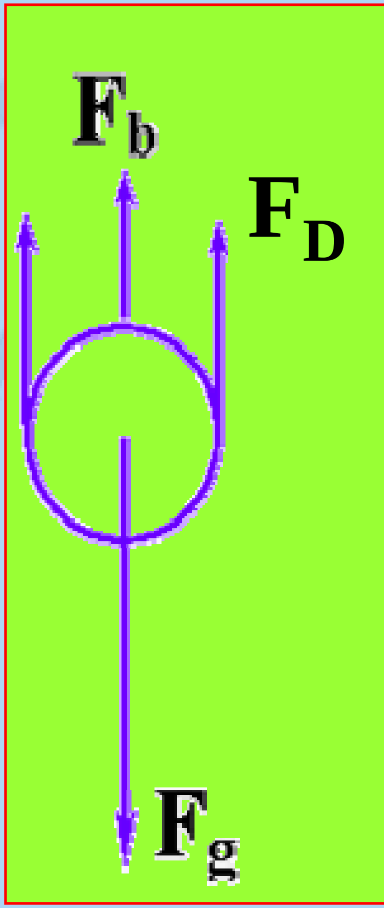
对球形颗粒 $m=\dfrac{\pi}{6}d_p^3\rho_p$

②浮力F_b

重力场 $F_b=\dfrac{m}{\rho_p}\rho g$

离心力场 $F_b=\dfrac{m}{\rho_p}\rho r\omega^2$

③曳力F_D $F_D=\xi A_p\cdot\dfrac{1}{2}\rho u^2$ **u**—颗粒相对于流体的运动速度



当一表面光滑的刚性球形颗粒于静止流体中作自由沉降时，因颗粒ρ_p>液体的ρ，故颗粒受到的力为：

$$\begin{cases} F_g = mg = \dfrac{\pi}{6} d_p^{\,3} \rho_p g \\ F_b = \dfrac{m}{\rho_p} \rho g = \dfrac{\pi}{6} d_p^{\,3} \rho g \\ F_D = \varsigma A \dfrac{\rho u^2}{2} = \varsigma \pi d_p^2 \dfrac{\rho u^2}{8} \end{cases}$$

根据牛顿第二定律，有：

$$\frac{\pi}{6} d_p^{\,3} \rho_p g - \frac{\pi}{6} d_p^{\,3} \rho g - \varsigma \pi d_p^2 \frac{\rho u^2}{2} = ma = \frac{\pi}{6} d_p^{\,3} \rho_p \frac{du}{d\tau}$$

$$\therefore \frac{du}{d\tau} = \left(\frac{\rho_p - \rho}{\rho_p} \right) g - \frac{3\varsigma\rho}{4 d_p \rho_p} u^2$$

2. 沉降的等速阶段

重力、浮力一定，u↑，曳力↑，加速度↓

加速度 $\frac{du}{d\tau}$=0时，$u=u_t$———————（等速）沉降速度

$$\frac{du}{d\tau}=(\frac{\rho_p-\rho}{\rho_p})g-\frac{3}{4d_p\rho_p}\xi\rho u_t^2=0$$

$$\boxed{u_t=\sqrt{\frac{4(\rho_p-\rho)gd_p}{3\rho\xi}}}$$

Re_p＜2为斯托克斯区：$\xi=\frac{24}{Re_p}$

$$\boxed{u_t=\frac{gd_p^2(\rho_p-\rho)}{18\mu}}$$

500 ＜ Re_p＜2×10^5为牛顿区：

$$\xi=0.44 \qquad u_t=1.74\sqrt{\frac{(\rho_p-\rho)gd_p}{\rho}}$$

讨论：对一定系统来说，$u_t = f(\rho_p, \rho, \mu, d_p)$

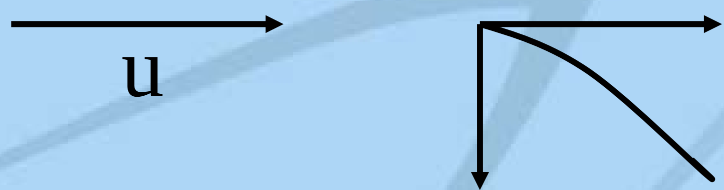
T↑，气体μ ↑，阻力↑ ，除沉不利

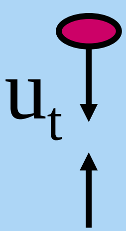
T↑，液体μ ↓，阻力 ↓，除沉有利

$$\boxed{u_t = \frac{g d_p^2 (\rho_p - \rho)}{18\mu}}$$

3. 颗粒的沉降速度

对小颗粒,沉降加速阶段可以忽略，而近似认为颗粒始终以 u_t 沉降———沉降速度或终端速度。





绝对速度 $u_p = u - u_t$

当 $u > u_t$ 时,颗粒向上运动

当 $u < u_t$ 时,颗粒向下运动

当 $u = u_t$ 时,颗粒悬浮在流体中

4. 其他因素对沉降速度的影响

公式成立假定条件

①颗粒为球形；

②颗粒沉降时彼此相距较远，互不干扰；

③容器壁对沉降的阻滞作用可以忽略；

④ 颗粒直径不能小到受流体分子运动的影响。

对实际颗粒需要考虑下列因素：

①颗粒为非球形；

②干扰沉降；

③容器壁对沉降的阻滞作用—端效应；

④ 颗粒直径小到受流体分子运动的影响；

⑤ 液滴或气泡的运动。